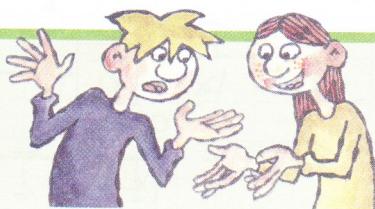


### 3. Ekvivalentne ali enakovredne enačbe

#### Z mojstrom do znanja:

- kako rešuješ enačbo z ekvivalentnim preoblikovanjem,
- kako prepoznaš ekvivalentni enačbi,
- katere enačbe so ekvivalentne.



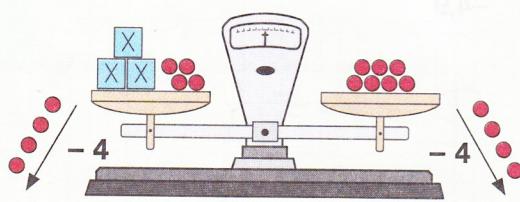
#### Mojster reši



1. Dani sta enačbi  $3 \cdot x + 4 = 7$  in  $2 \cdot x - 3 = 5$ . Ponazori ju s tehtnico in opiši ponazorjene spremembe.

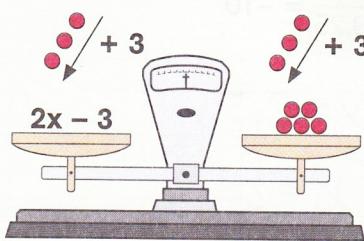
Vsako enačbo lahko **ponazorimo z modelom tehtnice**, ki je v ravnoesju in **ostane v ravnoesju**, če obema stranema enačbe **enako vrednost dodamo** ali **odvzamemo** oziroma ju **množimo** ali **delimo z istim od 0 različnim številom**.

a)  $3 \cdot x + 4 = 7$

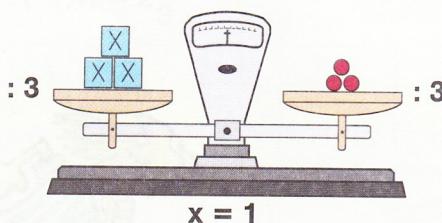


Na obeh straneh odvzamemo 4 enote in tehtnica je še vedno v ravnoesju.

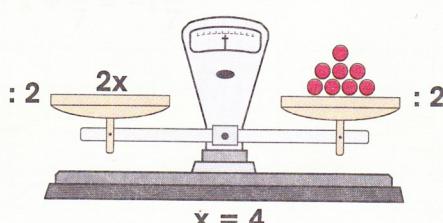
b)  $2 \cdot x - 3 = 5$



Obema stranema dodamo 3 enote in tehtnica je še vedno v ravnoesju.



Nato obe strani delimo s 3 in vidimo, da je  $x = 1$ .



Nato obe strani delimo z 2 in vidimo, da je  $x = 4$ .

2. Jan in Maja sta rešila vsak po eno enačbo in dopisala ustrezno množico rešitev.  
Obe množici rešitev sta primerjala med seboj. Kaj sta ugotovila?

$$6 \cdot x - 15 = 9 \cdot x$$

$$\mathcal{R} = \{-5\}$$

$$-15 = 3 \cdot x$$

$$\mathcal{R} = \{-5\}$$

Odgovor: Ugotovila sta, da obema enačbama ustreza za rešitev število  $-5$ . Množici rešitev, ki ustrezata zapisanima enačbama, sta enaki.



**Ekvivalentni enačbi** sta enačbi, ki imata **isto množico rešitev**. Ekvivalentni enačbi imenujemo tudi enakovredni enačbi.

3. Enačbo  $6 \cdot x - 2 = 8 \cdot x$  reši s preoblikovanjem v ekvivalentne enačbe.

Pri preoblikovanju **dobimo več različnih zapisov enačb z isto rešitvijo**. Pravimo, da dano enačbo preoblikujemo v ekvivalentne enačbe. Enačbo postopno urejamo tako, da postaja čedalje bolj preprosta, vse do končne rešitve.

Postopek reševanja:	
obema stranema enačbe prištejemo $+2$	$6x - 2 = 8x$
poenostavimo izraza na obeh straneh enačbe	$\cancel{6x - 2} + \cancel{2} = 8x + 2$
od obeh strani enačbe odštejemo $8x$	$6x - 8x = \cancel{8x} - \cancel{8x} + 2$
poenostavimo izraza na obeh straneh enačbe	$-2x = +2$
obe strani enačbe delimo z $-2$ in dobimo	$:(-2)$
rešitev enačbe	$x = -1$

Rešitev enačbe vedno preizkusimo v prvotni enačbi. **Preizkus** enačbe **naredimo** tako, da **vstavimo vrednost  $x = -1$  v levo in nato še v desno stran enačbe ter primerjamo dobljeni vrednosti**. Če sta vrednosti enaki, smo enačbo pravilno rešili.

Preizkus:

vrednost leve strani enačbe: vrednost desne strani enačbe:

$$6 \cdot (-1) - 2 = -6 - 2 = -8 \quad 8 \cdot (-1) = -8$$

V našem primeru je vrednost leve strani enačbe enaka vrednosti desne strani, zato je  **$x = -1$  rešitev enačbe**. Zapišemo množico rešitev  $\mathcal{R} = \{-1\}$ .



**Ekvivalentne enačbe** imajo lahko **različen zapis**, a **isto množico rešitev**.



**Rešitev enačbe se ne spremeni,** če:

- levi in desni strani enačbe prištejemo isto število ali izraz,
- od leve in desne strani enačbe odštejemo isto število ali izraz,
- levo in desno stran enačbe pomnožimo z istim od nič različnim številom,
- levo in desno stran enačbe delimo z istim od nič različnim številom.



**Vaja dela mojstra**

**1. Enačbi sta ekvivalentni. Zapiši postopek, po katerem smo preoblikovali prvotno enačbo.**

a)  $x + 7 = 11$  in  $x = 4$

b)  $4(x - 1) = 12$  in  $x - 1 = 3$

c)  $x - 9 = 4$  in  $x = 13$

č)  $\frac{1}{3}x = 6$  in  $x = 18$

**2. Dopiši, na kakšen način smo enačbe preoblikovali v ekvivalentne enačbe.**

a)  $3x + 6 = 9$

b)  $5x + 7 = 42$

$3x = 3$

$5x = 35$

$x = 1$

$x = 7$

c)  $4x - 1 = 15$

č)  $9x + 18 = 6$

$4x = 16$

$9x = -12$

$x = 4$

$x = -\frac{4}{3}$

**Enačaj v enačbi si lahko predstavljamo kot ograjo, ki jo lahko preskočimo, a takrat se predznak člena spremeni.**

Neznanke zberemo na levi strani, števila pa na desni strani enačbe.

**3. Reši enačbi in pokaži, da sta ekvivalentni.**

a)  $6x - 15 = 9x$  in  $-15 = 3x$

$$6x - 15 = 9x \quad | -9x \\ -15 = 3x \quad | :3 \\ -15 = x$$

b)  $-3(x + 2) = 27$  in  $x + 2 = -9$

$$c) \frac{2}{3}x = 16 \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

$$\checkmark c) 4 \cdot (x - 2,5) = 3 \cdot (-8) \quad | :4 \quad \frac{1}{3} \cdot (x - 2,5) = 2 \cdot (-3)$$

4. Obe strani enačbe  $\frac{a}{7} = 12$  pomnoži s 7 in zapiši novo enačbo. Primerjaj rešitvi prvotne in nove enačbe ter zapiši ugotovitev.

Ugotovitev:

5. Reši enačbe. Kateri dve izmed njih sta med seboj ekvivalentni? Zapiši vse možnosti.

a)  $\frac{x}{3} = 8$       b)  $\frac{8x}{9} = 0$       c)  $-4 \cdot x + 5 = -30 : (-6)$       č)  $0,5x = 12$

Odg.:

6. Kateri dve izmed zapisanih enačb sta ekvivalentni enačbi  $3 \cdot x = 15$ ?

a)  $3 \cdot x - 7 = 8$       b)  $3 \cdot x = 8 - 7$       c)  $-7 = 8 - 3 \cdot x$       č)  $3 \cdot x - 7 = -3 \cdot x + 8$

Odg.:

7. Izpolni označeno mesto tako, da bosta enačbi ekvivalentni.

a)  $6x + 7 = x - 3$  in  $6x = x - \boxed{\phantom{00}}$

b)  $x + 4 = 3x + 14$  in  $4 = 14 + \boxed{\phantom{00}}$

c)  $4(x - 9) = 36$  in  $x - 9 = \boxed{\phantom{00}}$

č)  $\frac{2x+5}{3} = 2$  in  $2x + 5 = \boxed{\phantom{00}}$



**8. Ali so dane enačbe ekvivalentne? Odgovor utemelji.**

a)  $2x - 3 = 12 + 5x$       b)  $3x = -15$       c)  $6x - 15 = 9x$       č)  $-5(x - 7) = 60$

Odg.:

**9. Enačbi sta ekvivalentni. Kako smo preoblikovali prvo enačbo, da smo dobili drugo enačbo?**

a)  $x + 9 = 2x - 1$  in  $x - 2x + 9 = -1$

Odg.:

b)  $6x + 2 = x - 12$  in  $6x = x - 14$

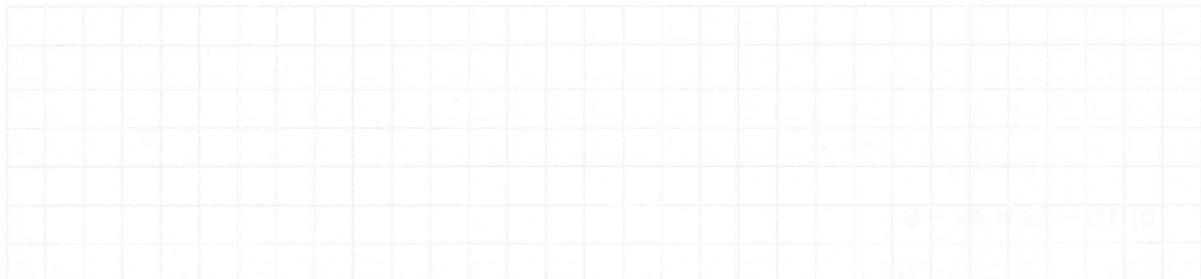
Odg.:

c)  $0,2x + 1,5 = 2,4$  in  $2x + 15 = 24$

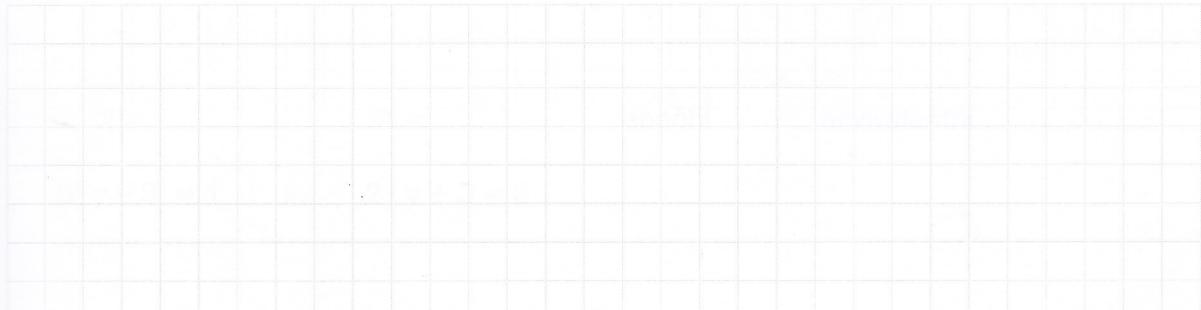
Odg.:

**10. Reši enačbo s preoblikovanjem v ekvivalentne enačbe. Ob vsaki vrstici reševanja napiši, s katerim preoblikovanjem si dobil pripadajočo ekvivalentno enačbo. Rešitve so iz množice naravnih števil.**

a)  $6x - 5 = 2x + 3$



b)  $9x - 36 = 5x$



c)  $3x + 12 = 9x - 6$

č)  $9x + 6 = 4x - 4$

**12. Ali sta dani enačbi ekvivalentni? Odgovor utemelji.**

a)  $x^2 - 4 = 0$  in  $x - 2 = 0$

b)  $x^2 - 1 = 0$  in  $x - 1 = 0$

Odg.: a)

b)

**13. Dani enačbi reši s premislekom, zapiši množico rešitev in pripiši, ali sta ekvivalentni.**

a)  $x + 5 = 13$       in       $x - 4 = 12$

$\mathcal{R} = \underline{\hspace{2cm}}$        $\mathcal{R} = \underline{\hspace{2cm}}$       enačbi      ekvivalentni

b)  $y - 3 = 1$       in       $2 \cdot y + 3 = 9$

$\mathcal{R} = \underline{\hspace{2cm}}$        $\mathcal{R} = \underline{\hspace{2cm}}$       enačbi      ekvivalentni